بسم الله الرحمن الرحيم



كلية التربية بسوهاج

قسم المناهج وطرق التدريس

الصورة النهائية لبرنامج الانقرائية الالكترونية لطلاب كليات التربية

تخصص "الرياضيات"

مقاييس التشتت

إعداد

دكتور

أحمد صادق عبد المجيد

كلية التربية – جامعة بسوهاج

مقاييس التشتت

أهداف الدرس :

عزيزي الطالب في نهاية هذا الدرس يجب أن تكون قادراً على أن:

1 -تتعرف معنى التشتت بدقة.

2 -تستعرض الأساليب المختلفة لقياس التشتت بصورة صحيحة.

3 -تفرق بين التباين والانحراف المعياري بصورة صحيحة.

4 -تعرف معامل الاختلاف بدقة.

تمهيد:

حاول عزيزي الطالب التفكير فى التالي:

نفترض أن طالبين تحصلا على النتائج التالية في خمس مواد دراسية:

الطالب (X) ودرجاته هى : 10,11,13,14,15

الطالب (Y) ودرجاته هى : 8,9,13,15,18

فمتوسط درجات الطالب (X) يساوي 12.6 . ووسيط درجاته يساوي 13

كذلك متوسط درجات الطالب (Y) يساوي 12.6 وكذلك وسيط درجاته يساوي 13

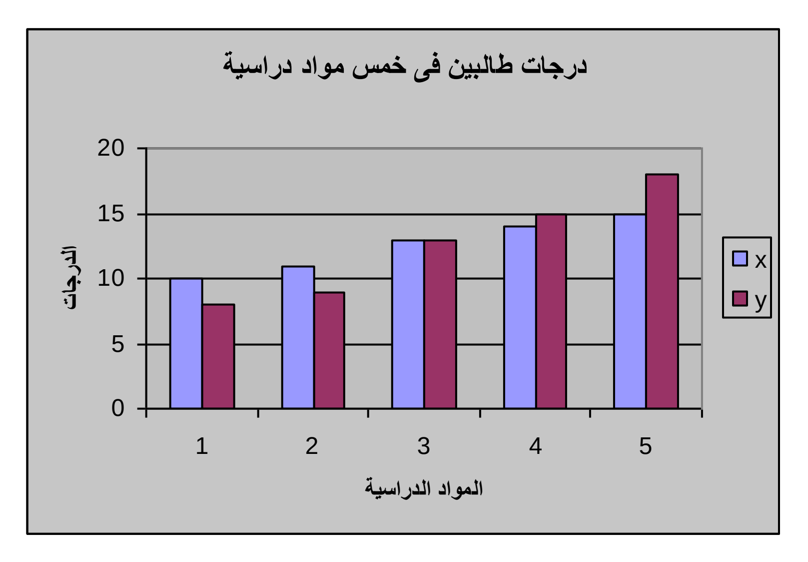
هل الطالبين (X) ، (Y) لهما نفس المستوى؟

الحل

بعد مناقشة الطلاب نتوصل إلى التالي:

قد يفهم مما سبق أن الطالبين(X) و (Y) لهما نفس المستوى غير أنه بالتدقيق الجيد في الدرجات التي حصل عليها الطالبين يتبين أن :

الطالب (X) ناجح في كل المواد المدروسة في حين أن الطالب (Y) ناجح في ثلاث مواد فقط. إن هذه الحقيقية تبين أن مقاييس النزعة المركزية لا تعطي فكرة وافية عن اختلاف قيم الظواهر، ولا تحقق كل الأغراض التي نرغب الوصول إليها من دراستنا لذلك فإن مقاييس النزعة المركزية لا بد أن تكون مصحوبة بمقاييس أخرى لقياس مدى تباعد أو تقارب البيانات من بعضها البعض أو من متوسطها، تسمى هذه المقاييس بمقاييس التشتت.



شكل (1)

المحتوى:

معنى التشتت:

تشتت بيانات ظاهرة ما يقصد به درجة أو مقدار التفاوت أو الاختلاف بين مفردات هذه الظاهرة، وتعد بيانات الظاهرة متجانسة عندما تكون قيمتها قريبة من بعضها بعضا، ونقول في هذه الحالة: أنها غير مشتتة. أما إذا كانت بيانات الظاهرة متباعدة وغير متجانسة فنقول إن مفردات الظاهرة مشتتة وغير مركزة. ويقاس تشتت البيانات بعدة مقاييس منها:

1– المدى المطلق

المدى لمجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها، ويرمز له بالرمز R.

المدى= أكبر قيمة – أصغر قيمة.

أما المدى للتوزيعات التكرارية فيحسب بعدة طرق منها:

المدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى.

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى.

مثال(1)

أوجد المدى للبيانات: 12،18،22،28،30.

الحل

∵المدى= أكبر قيمة – أصغر قيمة.

∴ المدى = 30 – 12= 22

مثال(2)

أوجد المدى للبيانات: 65،20،17، -04،18،19،4

الحل

∵ المدى= أكبر قيمة – أصغر قيمة.

∴ المدى = 65 –(-4) = 69

ملاحظات:

أ- نلاحظ أن المدى في المثال السابق قد تأثر بشكل كبير جدا بالقيم المتطرفة، إذ نلاحظ أن معظم البيانات متقاربة باستثناء القيمة 65 والقيمة (-4)، فإذا استبعدنا هذه القيم المتطرفة فإن المدى يصبح : 20-14=6

ب- بسبب العيب السابق فإن المدى كمقياس للتشتت لا يستخدم إلا عندما نرغب في مقياس تقريبي وسريع لتشتت البيانات دون الاهتمام بالدقة في المقياس، أو عندما يكون للبيانات المتطرفة أهمية خاصة كتوزيعات درجات الحرارة على سبيل المثال، حيث تعلن درجات الحرارة اليومية بحدها الأقصى وحدها الأدنى خلال اليوم، كما يشيع استخدام هذا المقياس في حالات مراقبة جودة الإنتاج أو متابعة المبيعات التي يحققها رجال البيع لمؤسسة ما.

أما إذا أردنا أن نقلل من أثر القيم المتطرفة فإننا نقوم باستبعادها، ويمكن أن يتم ذلك باستخدام الطرق التالية:

- المدى الربيعي = الربيع الثالث – الربيع الأول.
- المدى العشري = العشر التاسع – العشر الأول.
- المدى المئيني = المئين 99 – المئين الأول.

خواص المدى:

1- يتصف المدى بسهولة حسابه.

2- يعتمد في حساب على قيمتين فقط هما القيمة الكبرى والقيمة الصغرى.

3- بسبب الخاصية الثانية فإن المدى شديد التأثر بالقيم المتطرفة.

ثانياً – الانحراف المتوسط

لأن مقاييس التشتت هي مقاييس لقوة تجمع البيانات حول بعضها، وحيث إن التجمع يكـــون حول القيم المتوسطة، فإنه إذا كان مقدار الاختلاف بين القيم ومتوسطها كـــبيراً دل ذلـــك علـــى أن التشتت كبير والعكس صحيح.

وحيث إن مجموع الاختلافات (الانحرافات) عن المتوسط يساوي صفراً، فإنه إذا تم حســـاب القيم المطلقة لمقدار الاختلاف عن المتوسط يكون متوسط هذه الاختلافات مقياســـا مناســـبا لمقـــدار التشتت، يسمى هذا المقياس بالانحراف المتوسط.

ويعرف الانحراف المتوسط بأنه المتوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحرافات القيم عن متوســـطها الحسابي، وسوف نرمز للانحراف المتوسط بالرمز Ex .

ويعد الانحراف المتوسط أفضل من سابقه (المدى) لأنه أقل تأثراً بالقيم المتطرفـــة غـــير أنـــه لا يستعمل بشكل واسع بسبب اعتماده على القيمة المطلقة لانحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

خواص الانحراف المتوسط:

1– يعتمد في حسابه على جميع القيم وليس على القيمة الكبرى والصغرى فقط.

2– لا يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

3– يتأثر بالقيم المتطرفة، لأن انحرافها عن المتوسط الحسابي يكون كبيراً.

ثالثاً:التباين والانحراف المعياري

أ– التباين:

هو عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي ومتوسطها الحســـابي، ونستخدم مربعات الفروق هنا تفاديا لاستخدام القيم المطلقة كما هو الشأن في الانحراف المتوســـط.

سوف نرمز للتباين بالرمز.(Var)

فـــــإذا كانـــــت لـــــدينا البيانـــــات التاليـــــة $X_1,X_2,X_3,X_4.......X_n$:

فإن التباين لهذه البيانات يعطي بالعلاقة:

$$Var = \sum \frac{(x-m)2}{(n-1)}$$

مثال

احسب تباين دخول الدرجات التالية:

78 ، 73 ، 76 ، 74 ، 75 ، 71 ، 75 ، 70

الحل

1 – نحسب المتوسط الحسابي للدخول كما يلي :

$$\text{المتوسط} = \frac{78+73+76+74+75+71+75+70}{8} = 74$$

2 – نحسب انحرافات القيم عن المتوسط الحسابي (أي الفروق بينها وبين المتوسط الحسابي) كما يلي :

4 ، 1− ، 2 ، 0 ، 1 ، 3− ، 1 ، 4−

3 – نربع هذه الانحرافات كما يلي :

16 ، 1 ، 4 ، 0 ، 1 ، 9 ، 1 ، 16

4 – التباين يساوي متوسط هذه المربعات، أي يساوي :

$$\frac{16+1+4+0+1+9+1+16}{8} = 6$$

ب-الانحراف المعياري:

يعد الانحراف المعياري من أهم المقاييس الإحصائية للتشتت، وهو أكثر استخداما في النظريات والقوانين الإحصائية، لأنه يعطي فكرة سليمة ومنطقية عن ظاهرة التشتت، ويعرف الانحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع انحراف القيم عن متوسطها، أي أنه الجذر التربيعي للتباين.

سوف نرمز للانحراف المعياري بالرمز.(SD) ويعطى من العلاقة:

$$SD = \sqrt{Var}$$

خصائص الانحراف المعياري:

1 -إذا كان الانحراف المعيار للقيم $X_1,X_2,X_3,X_4 \ldots\ldots.X_n$ هو Sd فإنه إذا أضيفت أو طرحت قيمة ثابتة إلى أو من جميع القيم فإن الانحراف المعياري لا يتغير.

2 -حيث إن الانحراف المعياري يتأثر بالمتوسط الحسابي لبيانات الظاهرة فإنه لا يمكن استخدامه للمقارنة بين تشتت بيانات توزيعين لهما متوسط حسابي مختلف ولو كان هذين التوزيعين من نفس النوعية.

مثال

3 -احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات التالية:

78 ، 73 ، 76 ، 74 ، 75 ، 71 ، 75 ، 70

الحل

يمكن تنظيم الحل في الجدول التالي :

x	x^2
70	4900
75	5625
71	5041
75	5625
74	5476
76	5776
73	5329
78	6084
$\sum x = 592$	$\sum x^2 = 43856$

ويكون التباين (حيث **n = 8**) هو :

$$V = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x^2}{n}\right)^2$$

$$= \frac{43856}{8} - \left(\frac{592}{8}\right)^2$$

= 5482-5476

= 6

وبالتالي فإن الانحراف المعياري هو : $Sd = \sqrt{6} = 2.449$

رابعا – معامل الاختلاف

رأينا في السابق أن الانحراف المعياري هو مقياس واقعي ومؤشر صحيح عن مقدار التشتت غير أنه إذا تم استخدام هذا المقياس للمقارنة بين تشتت ظاهرتين أو أكثر فإن المقارنة تكون واقعية وواقعيـــة فقط إذا كانت الظواهر من نوعية واحدة ولها متوسطات متساوية. أي يمكن مقارنة تشتت درجات مادة ما بدرجات مادة أخرى أو مقارنة تشتت دخل مجموعة من العمال بدخل مجموعة أخرى، وتكون المقارنة أكثر واقعية إذا كانت المتوسطات متساوية أو قريبة من بعضها.

أما إذا كانت الظواهر من صفات مختلفة أو إذا كانت متوسطاها متباعدة، فإن المقارنة اعتماداً على الانحراف المعياري ستكون غير منطقية وغير واقعية، ولهذا السبب وجدت مقاييس أخرى سميـــت مقاييس التشتت النسبي تعتمد على تمييز البيانات وتقيس التشتت كنسبة مئوية للمتوسط، أهم هـــذه المقاييس هو معامل الاختلاف أو معامل التشتت ويحسب من العلاقة التالية:

$$CV = \frac{Sd}{m} \times 100$$

حيث **Sd** الانحراف المعيارى، **m** المتوسط الحسابي.

مثال

إذا كان المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدخول عينة من الأفراد بالجنية هو:

$$m_1 = 1500,\ Sd_1 = 152$$

وكان المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لأعمارهم (بالسنوات) هو :

$$m_2 = 42,\ Sd_2 = 9.2$$

فأيهما أكثر تشتتاً الدخل أم العمر ؟

الحل

لمقارنة التشتت نحسب معامل الاختلاف لكل من الدخل والعمر كما يلي :

1– معامل اختلاف الدخل :

$$c.v_1 = \frac{s_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{152}{1500} \times 100 = 10.13\%$$

2– معامل اختلاف العمر :

$$c.v_2 = \frac{s_2}{\bar{x}_2} \times 100 = \frac{9.2}{42} \times 100 = 21.9\%$$

بما أن معامل اختلاف العمر أكبر من معامل اختلاف الدخل فإن بيانات العمر تكون أكثر تشتتاً من بيانات الدخل.

التقويم

عزيزي الطالب: حاول الإجابة عن المسائل التالية:

(1)

إذا كان متوسط درجات مجموعة من الطلبة في مادة ما هـــو **15** بـــانحراف معيـــاري **3** ومتوسط درجاتهم في مادة أخرى هو **8** بانحراف معياري **2**، فأي الدرجات في نظرك أكثر تشتتا؟

(2)

إذا كان لديك البيانات التالية 72 ، 78 ، 20 ، 74 ، 73 ، 75 ، 70 فأوجد كل من :

أ - المدى.

ب - الانحراف المعياري.

جـ - التباين.

(3)

احسب الانحراف المتوسط من الجدول التكراري الآتي الذي يبين العمر الذي أصيب فيه 100 شخص بمرض السكري لأول مرة؟

العمر بالسنة	العدد
10–0	1
20–10	3
30–20	10
40–30	14
50–40	18
60–50	34
70–60	12
80–70	6
90–80	2
المجموع	100